

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
Etapa locală – 21 februarie 2026  
Clasa a V-a

## Barem de corectare și notare

**Problema 1:**

- a) Calculați numărul  $A = (1 + 7^1 + 7^2 + 7^3) : (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)$ .
- b) Calculați numărul  $B = [8^3 \cdot 4^3 : (2^3)^4 + 9^3 \cdot 27^2 : (3^2)^5] \cdot 6 - 2$ .
- c) Arătați că numărul  $(A \cdot B)^n$  este pătrat perfect, pentru orice  $n$  natural nenul.

**BAREM:**

- a)  $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343$  ..... 3p  
 $1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64$  ..... 3p  
 $A = (1 + 7 + 49 + 343) : (1 + 8 + 27 + 64)$  ..... 1p  
 $A = 400 : 100 = 4$  ..... 1p  
b)  $8^3 = (2^3)^3 = 2^9, 4^3 = (2^2)^3 = 2^6, (2^3)^4 = 2^{12}$  ..... 3p  
 $9^3 = (3^2)^3 = 3^6, 27^2 = (3^3)^2 = 3^6, (3^2)^5 = 3^{10}$  ..... 3p  
 $B = (2^9 \cdot 2^6 : 2^{12} + 3^6 \cdot 3^6 : 3^{10}) \cdot 6 - 2 = (2^{9+6-12} + 3^{6+6-10}) \cdot 6 - 2$  ..... 2p  
 $B = (8 + 9) \cdot 6 - 2 = 100$  ..... 2p  
c)  $(A \cdot B)^n = (4 \cdot 100)^n = 400^n$  ..... 2p  
 $(A \cdot B)^n = (20^2)^n = (20^n)^2$ , deci este pătrat perfect ..... 2,5p

**Problema 2:** Se consideră șirul de numere 3, 7, 11, 15, ... .

- a) Determinați al zecelea termen al șirului.
- b) Calculați suma primilor 100 termeni ai șirului.
- c) Stabiliți dacă 2025 este termen al șirului.

**BAREM:**

- a) primul termen este  $3 = 4 - 1 = 4 \cdot 1 - 1$  ..... 2p  
al doilea termen este  $7 = 8 - 1 = 4 \cdot 2 - 1$  ..... 2p  
al treilea termen este  $11 = 12 - 1 = 4 \cdot 3 - 1$  ..... 1p  
regula este  $4 \cdot n - 1$  ..... 1p  
al zecelea termen este  $4 \cdot 10 - 1 = 39$  ..... 2p  
b) notăm termenii cu  $a_n$ , deci  $a_n = 4 \cdot n - 1$  ..... 1p  
obținem  $a_1 = 4 \cdot 1 - 1, a_2 = 4 \cdot 2 - 1, \dots, a_{100} = 4 \cdot 100 - 1$  ..... 1p  
 $S = (4 \cdot 1 - 1) + (4 \cdot 2 - 1) + (4 \cdot 3 - 1) + \dots + (4 \cdot 100 - 1)$  ..... 2p  
 $S = 4 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 100) - \underbrace{1 - 1 - \dots - 1}_{\text{de 100 ori}}$  ..... 2p

deci  $S = 4 \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} - 100 = 200 \cdot 101 - 100 = 20100$  ..... 2p

c)  $a_n = 2025$ , deci  $4 \cdot n - 1 = 2025$  ..... 2p

obținem  $4 \cdot n = 2026$ , unde  $n$  este număr natural nenul ..... 2p

$n = \frac{2026}{4}$ , care nu este natural, deci 2025 nu este termen al șirului ..... 2,5p

**Problema 3:** Vârsta lui Ionel este de  $\overline{2a}$  ani și vârsta mamei sale este de  $\overline{a2}$  ani. În momentul în care vârsta lui Ionel este de  $\overline{2b}$  ani, vârsta mamei sale este egală cu dublul vârstei acestuia. Aflați câți ani are Ionel.

**BAREM:**

Ionel va avea  $\overline{2b}$  ani peste  $\overline{2b} - \overline{2a}$  ani,  $\overline{2b} - \overline{2a} = 20 + b - (20 + a) = b - a$  ani ..... 2,5p

Vârsta mamei sale peste  $b - a$  ani va fi  $\overline{a2} + b - a = 10a + 2 + b - a = 9a + b + 2$  ani ..... 2p

Vârsta mamei sale este dublul vârstei lui Ionel peste  $b - a$  ani:

$9a + b + 2 = 2(20 + b) \Rightarrow 9a + b + 2 = 40 + 2b$  ..... 2p

$\Rightarrow 9a = 38 + b$  ..... 3p

$0 \leq b \leq 9 \mid +38 \Rightarrow 38 \leq 38 + b \leq 47$  ..... 3p

$9a = M_9 \Rightarrow 38 + b = M_9$  ..... 3p

$\Rightarrow 38 \leq M_9 \leq 47 \Rightarrow M_9 = 45$  ..... 2p

$\Rightarrow 9a = 45 \Rightarrow a = 5$  ..... 3p

deci Ionel are 25 ani ..... 2p

**Problema 4:** Determinați numerele de forma  $\overline{abcd}$ , care prin împărțirea la  $\overline{cd}$  dau câtul 77 și restul 24.

**BAREM:**

$\overline{abcd} : \overline{cd} = 77 \text{ rest } 24 \Rightarrow \overline{abcd} = 77\overline{cd} + 24$  ..... 2p

$\Rightarrow 100\overline{ab} + \overline{cd} = 77\overline{cd} + 24$  ..... 1p

$\Rightarrow 100\overline{ab} = 76\overline{cd} + 24$  ..... 1p

$\Rightarrow 25\overline{ab} = 19\overline{cd} + 6$  ..... 1p

$u(25\overline{ab})$  poate fi 0 sau 5 ..... 1p

I. Dacă  $u(25\overline{ab}) = 0, (\overline{ab} \text{ par}) \Rightarrow u(19\overline{cd} + 6) = 0 \Rightarrow u(19\overline{cd}) = 4 \Rightarrow d = 6$  ..... 2p

$\Rightarrow 25\overline{ab} = 19\overline{cd} + 6 = 190c + 114 + 6 = 190c + 120$  ..... 1p

$\Rightarrow 5\overline{ab} = 38c + 24; u(5\overline{ab}) = 0 \Rightarrow u(38c + 24) = 0 \Rightarrow u(38c) = 6 \Rightarrow c = 2 \text{ sau } c = 7$  ..... 2,5p

1)  $c = 2 \Rightarrow 5\overline{ab} = 76 + 24 = 100 \Rightarrow \overline{ab} = 20$  nr. par ..... 1p

2)  $c = 7 \Rightarrow 5\overline{ab} = 266 + 24 = 290 \Rightarrow \overline{ab} = 58$  nr. par ..... 1p

- II. Dacă  $u(25\overline{ab}) = 5, (\overline{ab} \text{ impar}) \Rightarrow u(19\overline{cd} + 6) = 5 \Rightarrow u(19\overline{cd}) = 9 \Rightarrow d = 1 \dots\dots\dots 2p$   
 $25\overline{ab} = 19\overline{cd} + 6 = 190c + 19 + 6 = 190c + 25 \Rightarrow 5\overline{ab} = 38c + 5 \dots\dots\dots 1p$   
 $\overline{ab} \text{ impar} \Rightarrow u(5\overline{ab}) = 5 \Rightarrow u(38c + 5) = 5 \Rightarrow u(38c) = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ sau } c = 5 \dots\dots\dots 2,5p$   
1)  $c = 0 \Rightarrow 5\overline{ab} = 0 + 5 = 5 \Rightarrow \overline{ab} = 1$ , imposibil  $\dots\dots\dots 1p$   
2)  $c = 5 \Rightarrow 5\overline{ab} = 190 + 5 = 195 \Rightarrow \overline{ab} = 39$  nr. impar  $\dots\dots\dots 1p$   
În concluzie, numerele de forma cerută sunt 2026, 3951 și 5876  $\dots\dots\dots 1,5p$

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Timp efectiv de lucru 3 ore
- Fiecare problemă se notează cu maxim 22,5 puncte
- Se acordă 10 puncte din oficiu